

Frações contínuas, aproximações diofantinas e dimensões fractais

Carlos Gustavo Moreira (Gugu)^a

^aIMPA - Estrada D. Castorina, 110 - 22460-320 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

A teoria das frações contínuas descreve como obter as melhores aproximações de um dado número real por números racionais, e tem relações interínsecas com o estudo de sistemas dinâmicos, particularmente com o estudo da dinâmica da transformação de Gauss.

Vamos discutir alguns problemas de aproximações diofantinas (mais especificamente, sobre aproximações de números reais por números racionais) relacionados a sistemas dinâmicos e a geometria fractal. Discutiremos alguns resultados sobre propriedades geométricas e a estrutura fractal dos espectros de Markov e Lagrange clássicos - em particular sobre as dimensões de Hausdorff de interseções desses conjuntos com semirretas: elas sempre coincidem, e tomam (dependendo da escolha da semirreta) todos os valores do intervalo $[0, 1]$.

Vamos discutir também um trabalho recente em colaboração com Yann Bugeaud sobre números reais típicos (com relação à medida de Lebesgue) do ponto de vista de aproximações diofantinas - vamos ver que, num certo sentido (relacionado ao teorema de Khintchine), não existem números reais típicos do ponto de vista de aproximações diofantinas, e vamos determinar dimensões fractais de certos conjuntos excepcionais relacionados a esse tipo de problema.

References

- [1] Y. Bugeaud and C. G. Moreira, Sets of exact approximation order by rational numbers III, *Acta Arithmetica* **146**(2) (2011), 177–193.
- [2] Y. Bugeaud and C. G. Moreira, Sur une question métrique d’approximation diophantienne, to appear.
- [3] C. G. Moreira, Geometric properties of the Markov and Lagrange spectra, Preprint - IMPA, 2009
http://www.preprint.impa.br/Shadows/SERIE_A/2009/626.html
[http://www.preprint.impa.br/FullText/
Moreira_Fri_Apr_17_16_05_27_BRST_2009/Geometric.Properties.pdf](http://www.preprint.impa.br/FullText/Moreira_Fri_Apr_17_16_05_27_BRST_2009/Geometric.Properties.pdf)